3 coll

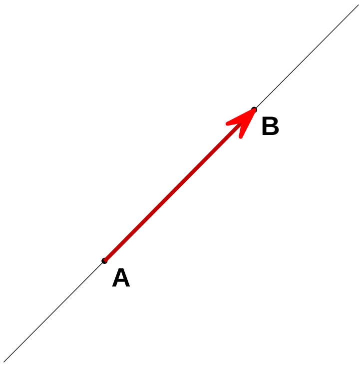
المتجهـــات والإزاحـــة

الجزء الأول : المتجهـــات :

I. المتجهـة:

تعريف

كل نقطتين مختلفتين A و B تحددان متجهة يرمز لها بالرمز $\overrightarrow{AB}$



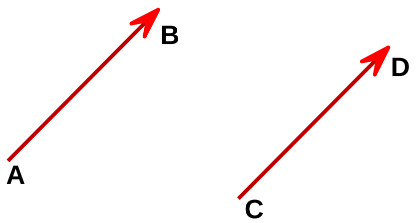
- ✓ A تسمى أصل المتجهة $\overrightarrow{AB}$ و B تسمى طرفها
- ✓ المستقيم (AB) يسمى اِتجاه وحامل المتجهة $\overrightarrow{AB}$
- ✓ المسافة AB تسمى منظم أو معيار المتجهة $\overrightarrow{AB}$
- ✓ المنحى من A نحو B هو منحى المتجهة $\overrightarrow{AB}$
- ✓ $\overrightarrow{AA}$ ليس لها اتجاه و تسمى المتجهة المنعدمة إذن $\overrightarrow{AA} = \vec{0}$
- ✓ مقابل المتجهة $\overrightarrow{AB}$ هي المتجهة $\overrightarrow{BA}$ ونكتب $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$

II. تساوي متجهتين :

تعريف

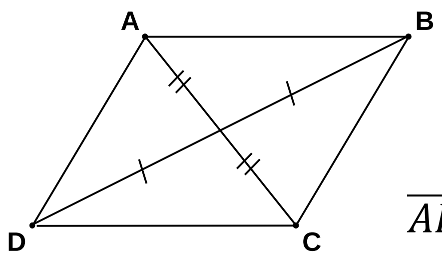
تكون $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ إذا كان :

- ✓ $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ لهما نفس الإتجاه أي $(AB)//(CD)$
- ✓ $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ لهما نفس المنحى
- ✓ $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ لهما نفس المنظم (القياس) أي $AB = CD$



خاصيات

- ✓ تكون $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ إذا كان $[AC]$ و $[BD]$ لهما نفس المنتصف
- ✓ إذا كان $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ فإن الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع
- ✓ إذا كان الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع فإن $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$
- ✓ إذا كان الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع فإن $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$

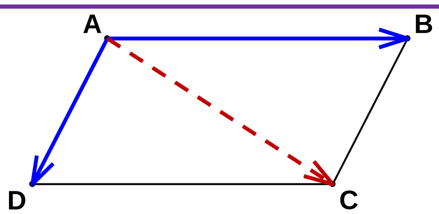


III. مجموع متجهتين :

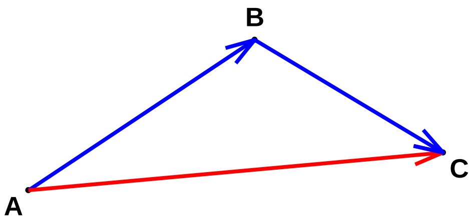
تعريف

مجموع المتجهتين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AD}$ هو المتجهة $\overrightarrow{AC}$

بحيث $ABCD$ متوازي أضلاع ونكتب $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$



علاقة شـــال



A و B و C نقط من المستوى .

لدينا $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$

هذه المتساوية تسمى علاقة شال .

أمثلة : بسط مايلي :

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}$$

$$\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{AA}=\vec{0}$$

IV. ضرب متجهة في عدد حقيقي :

تعريف

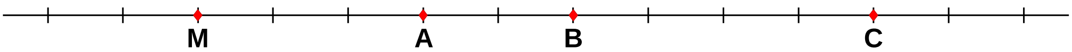
$\overrightarrow{AB}$ متجهة غير منعدمة و k عدد حقيقي .

نقول إن المتجهة $\overrightarrow{AC}$ هي جداء المتجهة $\overrightarrow{AB}$ في العدد الحقيقي k إذا كانت C هي نقطة من المستقيم (AB) بحيث $\overrightarrow{AC}=k\,\overrightarrow{AB}$:

✓ إذا كان $k>0$ فإن $AC=k\,AB$ و $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ لهما نفس المنحى .

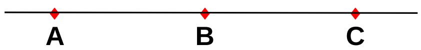
✓ إذا كان $k<0$ فإن $AC=-k\,AB$ و $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ لهما منحيان متعاكسان .

مثال : $\overrightarrow{AC}=3\,\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BC}=-2\,\overrightarrow{BA}$ و $\overrightarrow{AM}=-\frac{3}{2}\,\overrightarrow{AB}$



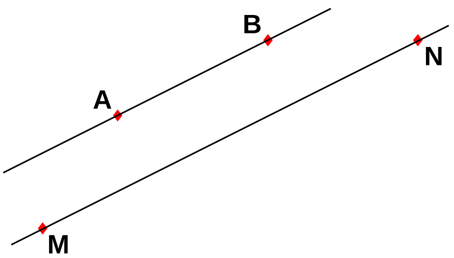
خاصية 1

إذا كان $\overrightarrow{AC}=k\,\overrightarrow{AB}$ فإن A و B و C نقط مستقيمية .



خاصية 2

إذا كان $\overrightarrow{AB}=k\,\overrightarrow{MN}$ فإن $(AB)//(MN)$ نقول إن $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{MN}$ متجهتان مستقيميتان .

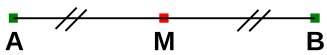


V. المتجهة والمنتصف :

A و B و M ثلاث نقط .

M منتصف $[AB]$ يعني أن :

$$\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{MB}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\\ \overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\vec{0}\\ \overrightarrow{MA}=-\overrightarrow{MB}\end{array}\right\}$$



الجزء الثاني : الإزاحة :

تعريف

A و B نقطتان من المستوى .

النقطة M' هي صورة النقطة M بالإزاحة T ذات المتجهة $\overrightarrow{AB}$ فإن : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MM'}$

ملاحظة : المتجهة $\overrightarrow{AB}$ هي المتجهة التي تحول A إلى B بحيث B تسمى صورة A

خاصية 1

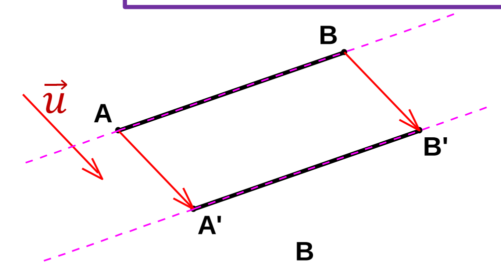
إذا كانت A' و B' صورتي A و B على التوالي بإزاحة $\vec{u}$ فإن : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A'B'}$

خاصية 2

صورة مستقيم (AB) بإزاحة $\vec{u}$ هو مستقيم $(A'B')$ يوازيه

خاصية 3

صورة قطعة $[AB]$ بإزاحة $\vec{u}$ هي قطعة $[A'B']$ تقايسها



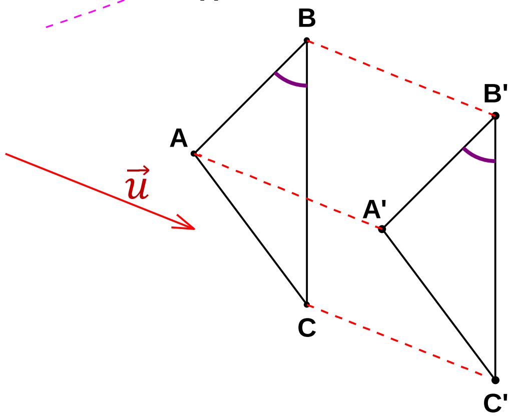
خاصية 4

صورة زاوية بإزاحة هي زاوية تقايسها

مثال :

$\vec{u}$ متجهة غير منعدمة و $A\hat{B}C$ زاوية .

لننشئ الزاوية $A'\widehat{B'}C'$ صورة الزاوية $A\hat{B}C$ بالإزاحة $\vec{u}$



خاصية 5

صورة دائرة (C) بإزاحة $\vec{u}$ هي دائرة (C') لها نفس الشعاع

مثال : $\overrightarrow{AB}$ متجهة غير منعدمة و (C) دائرة مركزها O وشعاعها r

لننشئ الدائرة (C') صورة الدائرة (C) بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{AB}$ (الإزاحة التي تحول A إلى B)

✓ أولاً ننشئ المركز O' صورة المركز O بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{AB}$

✓ ثانياً نحتفظ بنفس الشعاع ونرسم الدائرة (C')